دراسة تحليلية لأخطاء الطلبة المعلمين في تعيين الكسور على خط الأعداد

*إبراهيم أحمد الشرع**

ملخص

هدفت هذه الدراسة إلى تقصي المحتوى المعرفي للطلبة المعلمين في الكسور. ولتحقيق أغراض الدراسة طبق اختبار من ثلاثة أسئلة على 127 طالباً من طلبة تخصص معلم الصف في الجامعة الأردنية.

أظهرت النتائج عدم امتلاك الطلبة المعلمين محتوى معرفي ملائم في الكسور، وأظهرت أصناف أخطاء في تعيين الكسور على خط الأعداد مثل: عدم معرفتهم بقيمة الكسر، وضعف في تقسيم الكل والجزء، وتعاملوا مع جزأي الكسر على أنهما عددان منفصلان. وأظهرت ضعفهم في المهارات الهندسية: كيفية تقسيم الخط، وعكس اتجاه التقسيم، واعتبار نقطة الكسر هي نقطة العدد العشري بعد تقريبه، واعتباره زوجاً مرتباً، أو عموداً لمدرج تكراري. وطبق بعض الطلبة قراءتهم للكسر على كيفية تمثيله. وقد تراوحت نسب شيوع أصناف الأخطاء المشتركة بين 1% و26%.

وعلى ضوء تلك النتائج أوصت الدراسة بإجراء امتحانات تشخيصية في مفاهيم الرياضيات، وإجراء المزيد من الدراسات في المحتوى المعرفي في جزئيات الرياضيات، وإجراء دراسات مقارنة بين أخطاء الطلبة وأخطاء الطلبة المعلمين.

الكلمات الدالة: الكسور، الأخطاء الشائعة، الطلبة المعلمين، المحتوى المعرفي، الرياضيات.

المقدمة

إن الهدف الرئيس من التعليم تعزيز فهم الطلبة وتعلمهم، وإكسابهم المفاهيم والمعارف والمهارات التي تهيئهم لحل المشكلات وتنظيم أمور حياتهم. ولتحقيق ذلك يحتاج المعلمون أن يكونوا مجهزين بالمعرفة والمهارات التي تمكنهم من توفير البيئة التعليمية المناسبة والمحافظة عليها لتحقيق تلك الغاية، ويمتلكون القدرة على إعادة تشكيل الموضوع وتكييفه ليناسب قدرات الطلبة ويكون قابلاً للتعلم من قبلهم، وهو ما يطلق عليه المحتوى المعرفي Pedagogical Content Knowledge (PCK) (Shulman, 1986).

لقد لفت موضوع المحتوى المعرفي لدى المعلمين قبل وفي أثناء الخدمة اهتمام العديد من الباحثين (Dooren, Verschaffel and Onghena, 2002; Graeber, 1999; Gomes, 2011; أبو موسى، 2004)، فالمحتوى المعرفي يعبر عن قدرة المعلم على تمثيل المفهوم وتوضيحه، ومعرفته بكيفية تعلّم الطلبة لموضوع معين (Shulman, 1986; An, Kulm and Wu, 2004). ويرى بعض التربويين أن المحتوى المعرفي للمعلم لا يقتصر على كون المعلم قادراً على تكوين الأسئلة وطرحها وامتلاك المعرفة، بل على المعلم أن يعي خصائص طلبته، وأن يكون على دراية باستراتيجيات التدريس وكيفية تنظيم الأفكار لتسهيل فهم الطلبة وتحسين تعلمهم وتحصيلهم (Park and Oliver, 2008; An et al., 2004). وبحسب أبو موسى (2004) فإن بعض معلمي الرياضيات في المراحل الأساسية لا يمتلكون المحتوى المعرفي المناسب لتدريس بعض الموضوعات. ويرى ما (Ma, 1999) أن المعلمين قبل الخدمة لا يمتلكون المعرفة الضرورية لتعليم الرياضيات.

وللمحتوى المعرفي لدى المعلم أهمية كبيرة؛ إذ يؤثر في الجو العام للحصة الصفية (Fennema and Frank, 1992; Hill, Rowan and Ball, 2005)، ويؤثر في تعلم الطلبة للرياضيات في المراحل الدراسية اللاحقة (Chinnappan, 2000; Schimd and Bednarz, 1997 المشار إليه في Dooren et al., 2002)، وتشير بعض الدراسات إلى أن تحصيل الطلبة يتأثر بالمحتوى المعرفي لمعلميهم (Welder, 2007)، وتزداد أهمية المحتوى المعرفي لدى معلمي المرحلة الأساسية الأولى؛ فهي مرحلة حاسمة في بناء المفاهيم التي تُعد اللبنة الأساسية للرياضيات، وتشكيل بنية معرفية رياضية متماسكة لدى الطلبة (Gomes, 2011).

وتؤكد التوجهات الحديثة في مناهج الرياضيات وطرائق تدريسها الحاجة إلى تحسين المحتوى المعرفي لدى المعلمين وتطويره، إذ أشارت وثيقة معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات NCTM إلى أن معلمي الرياضيات بحاجة إلى

* كلية العلوم التربوية، الجامعة الأردنية، عمان. تاريخ استلام البحث 2013/9/24، وتاريخ قبوله 2014/1/30.

أنواع مختلفة من المعرفة الرياضية في مجال الرياضيات: في الأعداد والعمليات عليها، والجبر والرموز وفهم دلالاتها واستخداماتها المختلفة، وضرورة أن يمتلك معلمو الرياضيات فهماً واضحاً وعميقاً للمفاهيم الرياضية (Southwell and Penglase, 2005). هذا وقد كشفت دراسات عدة أن معلمي الرياضيات قبل الخدمة لا يمتلكون فهماً واضحاً أو جيداً لبعض مفاهيم الرياضيات المتوقع أن يدرسوها لطلبتهم في المدارس (Amarto and Watson, 2003; Chick, 2002). كما أن المعلمين يواجهون صعوبات مختلفة في توضيح بعض المفاهيم للطلبة (Chinnappan, 2000)، وهناك من يرى ضعفاً لدى المعلمين في الكسور، من حيث مفهوم الكسر، ومعنى القسمة، وتمثيله بيانياً، وتوضيحها للطلبة (Behr, Khoury, Harel, Post and Lesh, 1997; Cramer, Post and Del Mas, 2002; Fanino Pinilla, 2007; Becker and Lin, 2005)؛ فالكسور موضوع صعب في الرياضيات المدرسية، ولم تغير استراتيجيات التدريس ولا مناحي التعليم المختلفة من هذا الواقع، وذلك لقلة استخداماتها مقارنة بالأعداد الطبيعية أو الصحيحة، ونظراً لصعوبة كتابتها لدى بعض الطلبة أحياناً (Hasemann, 1981).

وترجع الصعوبات التي يواجهها المعلمون والطلبة في فهم الكسور إلى أن فهمها يعتمد بالأساس على مفاهيم أساسية أخرى؛ كالقسمة، ومعرفة مفهوم الكسر وأجزائه وعدم الخلط بينها، وأشكال كتابة الكسر وتمثيله، فهي تختلف عن الأعداد المكونة من رمز واحد، لأن الكسر يمثل أحياناً ناتج القسمة، ويمثل المسافة على خط الأعداد، ويمثل النسبة عند مقارنة كميتين (Lamon, 1999)، ويمثل احتمالاً لوقوع شيء، وميل للمستقيم، وهو جزء من كل، فالكسر يتضمن معانٍ مختلفة ومتعددة (Fandino Pillia, 2007).

هذا، وقد أورد نيمي (Niemi, 1996) أن ثمة علاقة بين قدرة الطلبة المعلمين على حل المسألة ومعرفتهم بالكسور. وعليه، فقد توجه اهتمام القائمين على برامج تربية المعلمين إلى تطوير المحتوى المعرفي للطلبة المعلمين من خلال التركيز على المعرفة المفاهيمية Conceptual Knowledge بدلاً من تركيزهم على المعرفة الإجرائية Procedural Knowledge؛ إذ تهتم الأولى بتركيب العلاقات الرياضية والربط بين الأفكار وتعطي المعنى للإجراءات الرياضية (Huang, Liu and Lin, 2007). ويرى فاندينو بيلا (Fandino Pillia, 2007) أن موضوع الكسور من أكثر موضوعات الرياضيات التي يفشل الطلبة بتعلمها أو دراستها، وذلك لتعدد استخداماته وتداخلها لدى الطلبة.

وعلى الرغم من كثرة اهتمام الباحثين بالمحتوى المعرفي في الرياضيات لدى المعلمين، يبقى التساؤل: ما الشيء الذي يعبر عن المحتوى المعرفي في الرياضيات؟ ولعمومية هذا التساؤل أخذ اهتمام الباحثين يركز على دراسة المحتوى المعرفي في جزئيات محددة مثل: دراسة العمليات الحسابية (Dooren et al., 2002; Widjaja, Stacey and Steinle, 2011)، أو دراسة المعادلات، أو دراسة الأعداد النسبية، وهناك من درس مهارات معينة في الهندسة (Gomes, 2011)، والبعض درس المحتوى المعرفي لدى المعلمين في الكسور، وكيفية تعاملهم معها والعمليات عليها، وكيفية تدريسها (Widjaja et al., 2011; Li and Huange, 2008; Momaidis and Ganakis, 2007).

تعدّ الكسور من مفاهيم الرياضيات الأساسية، وذلك لعلاقتها بفهم الأعداد الأخرى والعمليات عليها، وتلعب دوراً مهماً في فهم العمليات الجبرية في المراحل الدراسية اللاحقة؛ فقياس الفراغ على خط الأعداد يعبر عن المسافة الواقعة بين كسرين (Chinnappan, 2000). ويمثل خط الأعداد نموذجاً خاصاً لخصوصية استخدامه في التعليم المدرسي لكثير من مفاهيم الرياضيات؛ فالطول مثلاً يمثل استمراراً لتكرار المسافة على الخط، ويمكن النظر إليه باعتباره مسطرة مجزأة بطرق مختلفة حسب الحاجة، وتبدو المسافة بين نقطتين قيمة مرئية للطالب، وبهذا فالخط يكامل بين المعلومات المرئية والرمزية والمقروءة (Bright, Behr, Post and Waschmuth, 1988)، ونحتاج خط الأعداد لتعيين النقط عليه لتحديد مسافة معينة. وكثيراً ما يقع الطلبة في أخطاء متنوعة عند تعاملهم مع الكسور؛ فلا يميزون بين أجزاء الكسر، ويخلطون بين البسط والمقام، ولا يميزون أن الكسر عدد نسبي يمثل وحدة واحدة ولكنهم ينظرون إليه باعتباره جزأين منفصلين، وعند تعيين الكسر على خط الأعداد يلجأ بعضهم إلى تعيين نقطة تمثل البسط لوحده ثم تعيين المقام. ويُرجع بعض التربويين هذا النمط من الأخطاء إلى الخبرات التراكمية المدرسية السابقة لدى الطلبة (Brousseau, 1997; Radatz, 1980)، أو أخطاء شكَّلها الطلبة أنفسهم مما يجعلها مرتبطة ببنيتهم المعرفية (Lochhead and Master, 1988).

ويطور بعض الطلبة في المراحل الدراسية الأولى فهمهم للمسائل المتضمنة للكسور، وينتقل هذا الفهم لديهم إلى معرفة الجزء والكل، ويبدو ذلك واضحاً عندما يُسألون عن تمثيل الكسور على خط الأعداد (Sax et al., 1999; Mack, 1995). فالطلبة يواجهون صعوبات وتحديات كثيرة ومتنوعة في التعامل مع الكسور؛ مثل تعيينها على خط الأعداد (Kloosterman et al., 2004; Momaidis and Ganakis, 2007; Gagatcis and Pitta-Pantazi, 2004; Hallett, Nunes and Bryant, 2012).

ويعزو برايت ورفاقه (Bright et al., 1988) سبب ذلك إلى أن الطالب يحتاج نوعين من المعلومات لتعيين الكسر على خط الأعداد؛ معلومات مرئية (بصرية)، وأخرى رمزية والتكامل بينهما؛ إذ أن الطالب يحتاج في عملية التعيين إلى قراءة الموقع لأرقام أخرى ثم تحديد موقع العدد المطلوب في مكان معين منسوبا إليهما. وعزى رتل جونسون ورفاقه (Rittle-Johson et al., 2001) هذه الصعوبات إلى ما يُسمى بالخطأ المكاني Misplacement وأرجعه إلى تجاهل غير ملائم للقيمة المنزلية، أو الخطأ الناشيء عن تأشير الطالب للمكان الصحيح وعدم الاهتمام بدقة تعيين النقطة التي تمثل الكسر المطلوب (Rittle-Johson et al., 2001).

وأشار كل من ستيسي (Stacey, 2005) وستينل (Steinle, 2004) إلى وجود مفاهيم خطأ لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة في تعيين الأعداد العشرية على خط الأعداد، فعدَّ بعضهم أن العدد العشري الأقصر هو العدد الأكبر (أي أن 0.9 أكبر من 0.999) وبرروا تفسيرهم هذا بأن مقلوب العدد العشري عند تحويله إلى كسر عادي هو الأكبر؛ إذ تعامل بعضهم مع مقلوب العدد 0.9 باعتباره $\frac{1}{9}$ وبناءً عليه عمموا أن 0.999 يمثل $\frac{1}{999}$ وهو كمية صغيرة جداً.

وعليه، فالمطلوب من المعلمين لا يقتصر على مجرد إطلاع طلبتهم على كيفية إجراء الحسابات الصحيحة، أو تنفيذ العمليات الرياضية، بل إكساب طلبتهم المقدرة على التمثيل والنمذجة والتعبير عن الأفكار بصور مختلفة وأشكال متنوعة وطرق متعددة، وبناء الحجج وتقديم التفسير والتبرير، وكيفية تمثيل الرموز وتحديد أماكنها بطرق متنوعة (NCTM, 2000). لذا جاءت هذه الدراسة لتقصي المحتوى المعرفي لدى الطلبة المعلمين في الكسور، من خلال الكشف عن المحتوى الرياضي لديهم حول أجزاء الكسر وقراءته ومعرفتهم بقيمة الكسر، وطريقة تعيين الكل – الجزء على خط الأعداد، وتحديد النقطة التي تمثل الكسر عليه من خلال تحليل إجاباتهم وتصنيفها وفقاً للإجراءات التي تكشف عنها تلك الإجابة.

وبعد مراجعة الأدب التربوي والدراسات المرتبطة بالمحتوى المعرفي للطلبة المعلمين (الباقر، 1992 Southwell and Benglass, 2005; Widjaja et al. 2011; Chinnappan, 2000; Bright et al., 1988; Stacey et al., 2001)، يتضح أنه عندما يمتلك المعلم محتوى معرفياً جيداً– ويكون هذا المحتوى منظماً في بنيته المعرفية– فإنه يكون أقدر على توضيحه وإكسابه إلى طلبته، ويَسهُل عليه تنظيمه لهم، ويكون تدريسه له مفاهيمياً أكثر من كونه إجرائياً (Agarwal, 2006).

ويبدو جلياً – في حدود معرفة الباحث واطلاعه– قلة الدراسات التي بحثت المحتوى المعرفي للطلبة المعلمين على الصعيد العربي، وندرتها على الصعيد المحلي، فتكاد تنعدم الدراسات المحلية التي بحثت المحتوى المعرفي للطلبة المعلمين في الرياضيات في الكسور. وقد أجرى برايت ورفاقه (Bright et al., 1988) دراسة هدفت إلى معرفة كيفية تمثيل الطلبة للكسور على خط الأعداد وأثر طريقة التدريس في هذه التمثيلات. وأظهرت النتائج أن الطلبة يواجهون صعوبات في تعيين الكسور، وأنهم يحددون الكسور استناداً إلى فهمهم في تعيين العدد العشري على خط الأعداد دون تقسيمه إلى أجزاء.

وأجرت الباقر (1992) دراسة بهدف الكشف عن صعوبات تعلم موضوع الكسور لدى تلميذات الصف الثامن الإعدادي في مدارس قطر. وأظهرت نتائج الدراسة أن نسبة الذين مثلوا الكسر ($\frac{3}{5}$) بصورة خاطئة عند النقطة (3.5) بلغت 10.06%، ونسبة الذين عينوا الكسر بين عددين صحيحين بصورة خاطئة بلغت (50%). ونسبة الطلبة الذين عينوا العدد الكسري ($1\frac{1}{5}$) بصورة خاطئة عند نقطة ($\frac{1}{5}$) بلغت 3.25%، ونسبة الذين عينوه بصورة خاطئة بين عددين صحيحين مثل (4، 5) أو (3، 5) كانت 9.1%. ونسبة الذين عينوا الكسر ($\frac{9}{5}$) عند النقطة 4.8 أو عند النقطة 4 أو عند النقطة 3.7 بلغت 87.34%.

وهدفت دراسة ساوثويل وبنجلاس (Southwell and Benglass, 2005) إلى الكشف عن محتوى الرياضيات لدى عينة من المعلمين قبل الخدمة ممن يتصفون بضعف معرفتهم السابقة. وأظهرت نتائج الدراسة ضعف المعلمين في موضوعات محددة في الرياضيات مثل: القيمة المنزلية، والعمليات على الكسور العادية ذات المقامات المتساوية، وضرب الأعداد العشرية، كما أظهرت النتائج أن المعلمين يعانون من ضعف في النسبة والقياس.

أما دراسة شينابان (Chinnappan, 2000) فقد تقصت فهم المعلمين قبل الخدمة للكسور وقدرتهم على تمثيلها وترتيبها باستخدام تقنية JavaBars. وأظهرت النتائج أنه على الرغم من معرفة المعلمين الجيدة بالكسور إلاّ أنهم يواجهون صعوبات في توظيف معرفتهم لتمثيل االكسور باستخدام تقنية Java Bars.

وكشفت دراسة ساكس وجيرهارت وسيلتزر (Saxe , Gearhart and Seltzer, 1999) عن اتساق ممارسات المعلمين مع تحصيل طلبتهم في حل المسألة، ولم تُظهر اتساقاً بين

ممارسات المعلمين وتحصيل طلبتهم في المبادئ الأولية في الكسور. وبينت دراسة ساكس وتايلور ومكنتوش وجيرهارت (Saxe, Taylor, Mcintosh and Gearhat, 2005) تواضع امتلاك الطلبة للرموز وإشارات الكسور، والتعامل مع الجزء–الكل على خط الأعداد.

وتقصت دراسة لي وهونج (Li and Huang, 2008) مستوى المعرفة في الرياضيات وطرائق التدريس التي يمارسها معلمو الصين للمرحلة الابتدائية في تدريس الكسور. وبينت نتائج الدراسة وجود فجوة بين محدودية معرفة المعلمين عن المنهاج الذي يعلمونه والمعرفة في المحتوى الرياضي خاصة في قسمة الكسور، وأظهر المعلمون الخبراء معرفة أفضل في قسمة الكسور من المعلمين حديثي الخبرة.

كما أجرى ويدجاجا ورفاقه (Widjaja et al., 2011) دراسة هدفت إلى معرفة أخطاء معلمي المرحلة الابتدائية قبل الخدمة المرتبطة بتعيين الكسور العشرية على خط الأعداد. وكشفت النتائج عن وجود خطأين رئيسين "أخطاء مفاهيمية" في تعيين العدد السالب على خط الأعداد، حيث كان الخطأ المفهومي الأول: أن الطلبة يرسمون خط الأعداد بصورة شعاعين منفصلين (جزأين) أحدهما موجب والآخر سالب، وكشفت مقابلاتهم عن تعيين الأعداد الصحيحة على خط الأعداد بصورة متتابعة تبدأ من السالبة وتتبعها الأعداد الموجبة بالصورة (...، 3، 2، 1، 0، −3، −2، −1،...)، ورأى بعضهم أن العدد (−1) يقع بين بداية الأعداد الموجبة و بداية الأعداد السالبة.

وهدفت دراسة بوت (Putt, 1995) إلى الكشف عن قدرة المعلمين قبل الخدمة في الولايات المتحدة واستراليا على ترتيب الأعداد العشرية على خط الأعداد بشكل صحيح. أظهرت النتائج أن نسبة الذين تمكنوا من ترتيب الأعداد العشرية بشكل صحيح لم تتجاوز 1% في كل من البلدين.

وتقصت دراسة ستاسي ورفاقها (Stacey et al., 2001) المحتوى المعرفي لدى المعلمين قبل الخدمة والصعوبات التي يواجهونها في مقارنة الأعداد العشرية، وتحديد الموضوعات الصعبة على الطلبة وتبرير ذلك. أظهرت نتائج الدراسة أن 80% منهم أنهوا الاختبار بشكل جيد، وأن نسبة دالة إحصائيا من المعلمين يمتلكون محتوى معرفياً غير ملائم، وأنهم عبروا بشكل غير مناسب عن قيمة العدد العشري بالنسبة إلى الصفر، وكان أغلب معلمي العينة يعتقدون أن العدد الأطول من حيث عدد المنازل هو الأكبر، ونسبة أقل منهم اعتقدوا أن العدد الأقصر من حيث عدد المنازل هو الأكبر.

باستعراض الدراسات السابقة، يتبين أن أغلب الدراسات التي بحثت المحتوى المعرفي للمعلمين قبل الخدمة تمت في بيئات غربية، ولم يجد الباحث – في حدود معرفته واطلاعه– دراسات عربية، ولم تجر أية دراسة محلية في هذا الموضوع على الطلبة المعلمين. لذا جاءت هذه الدراسة لجسر الفجوة في هذا الموضوع، كما أن هذه الدراسة تناولت موضوعاً مهماً لدى عينة من الطلبة المعلمين الذين ستوكل إليهم مهمة تدريس موضوعات الكسور التي طالما تحدث الأدب التربوي عن صعوبة تعلمها من قبل الطلبة (Hasemann, 1981)، خاصة وأن هؤلاء الطلبة يدرسون مادتين فقط في مفاهيم الرياضيات، ويعتمدون على مخزونهم المعرفي في تدريس هذه المفاهيم لطلبة الصفوف الأولى، مما يجعل قدرتهم على تدريسها يقع ضمن دائرة الشك.

مشكلة الدراسة وأسئلتها

لما كان المعلم أحد أهم مدخلات عملية التدريس، فهو الميسر والمرشد والموجه للطلبة، والداعم لهم في تسهيل عملية التعلم، ولتحقيق توجهات الإصلاح التربوي فإن ذلك يتطلب الاهتمام بتحسين المحتوى المعرفي للطلبة المعلمين، وتطويره لإحداث التغيير في عملية التعلم والتعليم (Peakonen, 1999). وتزداد أهمية المحتوى المعرفي عندما يرتبط بمعتقدات المعلمين حول صحة ما يمتلكون من محتوى رياضي– الذي قد يكون غير صحيح نتيجة لخبراتهم المكتسبة في المدرسة– مما يكون له أثر في نقل أخطاء معلمي الرياضيات إلى طلبتهم في المستقبل (Smith, 2005; Blanco and Garrote, 2007). إذ ينبغي أن يمتلك المعلمون محتوى معرفياً على درجة عالية من الدقة والوضوح لتسهيل تدريسه بصورة صحيحة وسليمة (ريان، 2010).

وبعد مراجعة العديد من الدراسات ذات الصلة بالمحتوى المعرفي للطلبة المعلمين (Huang, Lin and Lin, 2008; Panglase and Southwell, 2005؛ الشرع وظاظا، 2010؛ ابو موسى، 2004)، وأخطاء الطلبة (اليونس، 2004)، وأخطاء الطلبة المعلمين في الرياضيات (الشرع وعابد، 2010). فقد بدا للباحث وجود أصناف أخطاء متشابهة بين الطلبة باختلاف مستوياتهم التعليمية. الأمر الذي دفع الباحث إلى الكشف عن المحتوى المعرفي لدى الطلبة المعلمين في الرياضيات في موضوع الكسور، بغية تزويد أعضاء هيئة التدريس بالمحتوى المعرفي للطلبة المعلمين من خلال تشخيص أصناف الأخطاء في الكسور من أجل وضع الخطط العلاجية لها؛ لأهمية الكسور في فهم بعض الموضوعات مثل: النسبة والنسبة المئوية والتناسب، والمعادلات والمتباينات الكسرية وتمثيلها بيانيا، والمسافة وقياس الطول، ومفهوم الاحتمال، ومفهوم الجزء

– الكل، وميل المستقيم،... وغيرها من الموضوعا (Chinnappan, 2000; Gomes, 2011; Fandino Pillia, 2007; Kloosterman et al., 2004; Dooren et al., 2002; Widjaja et al., 2011).

فقد تعيق أخطاء الطلبة المعلمين فهم طلبتهم للمفاهيم أثناء تدريسهم لها، وذلك لقناعة الطلبة بقدرات معلميهم وثقتهم بهم. وعليه، بات من الضروري الكشف عن المحتوى المعرفي لدى الطلبة المعلمين ودقته. لذا جاءت هذه الدراسة للتعرف إلى المحتوى المعرفي لدى الطلبة المعلمين في الكسور، من خلال الإجابة عن السؤالين الآتيين:

1- ما أصناف أخطاء الطلبة المعلمين في تعيين النقطة التي تمثل الكسر على خط الأعداد؟
2- ما نسبة شيوع كل صنف من أصناف أخطاء الطلبة المعلمين عند تعيين النقطة التي تمثل الكسر على خط الأعداد؟

أهمية الدراسة

تنبع أهمية الدراسة الحالية مما يأتي:

1- من طبيعة أفراد الدراسة؛ إذ سيوكل إليهم تدريس هذه الموضوعات للطلبة في المراحل العمرية الأولى (طلبة الصفوف الثلاثة الأولى أو المرحلة الأساسية الدنيا) وما لهذه المرحلة من أهمية كبيرة في تشكيل المفاهيم المرتبطة بالكسور: البسط والمقام، الجزء والكل، وتعيين النقطة التي تمثل الكسر والرسومات البيانية على خط الأعداد بصورة سليمة، فيفترض أن تكون هذه المفاهيم واضحة لدى الطلبة المعلمين حتى لا ينقلوا ما لديهم من مفاهيم خطأ إلى طلبتهم في مرحلة تعليمية حساسة.
2- تكتسب هذه الدراسة أهميتها من أهمية الكسور نفسها في التعلم اللاحق في موضوعات الرياضيات المختلفة مثل: التمثيل البياني لمجموعة الحل والفترات على خط الأعداد، ومفهوم الاحتمال، ومواضيع النسبة والنسبة المئوية والتناسب، والمعادلات والمتباينات الكسرية، وقياس المسافة، واستخدام خط الأعداد في توضيح معنى الجمع والطرح.
3- محاولتها توضيح درجة تمكن الطلبة المعلمين من المحتوى المعرفي في موضوع الكسور، حيث تشيع فيه أصناف متعددة من الأخطاء (Fandino Pillia, 2007).
4- أنها تستقصي الكشف عن أصناف الأخطاء التي قد يقع فيها الطلبة المعلمون. وبذلك قد تسهم هذه الدراسة وتلعب دوراً تشخيصياً في تحديد الجوانب المختلفة لأصناف الأخطاء عند الطلبة المعلمين للعمل على تلافيها، وبناء الخطط العلاجية والتدريسية لتصويب هذه الأخطاء.

محددات الدراسة

يتحدد تعميم نتائج هذه الدراسة بالمحددات الآتية:

- حجم العينة وطبيعتها، إذ اقتصرت الدراسة على طلبة معلم صف في كلية العلوم التربوية في الجامعة الأردنية من العام الجامعي 2013/2012
- طبيعة أسئلة الاختبار وخصائصه السيكومترية من صدق وثبات.

مصطلحات الدراسة وتعريفاتها الإجرائية

الطلبة المعلمون: هم الطلبة الملتحقون ببرنامج البكالوريوس في كلية العلوم التربوية في الجامعة الأردنية تخصص "معلم صف" في العام الجامعي 2013/2012.

الكسر: هو عدد مكتوب بصورة $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$، حيث ب ≠ صفراً.

العدد الكسري: هو عدد مكتوب بصورة ج $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ أو $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$: ص > س، س ≠ صفراً.

خط الأعداد: هو مستقيم يعين عليه الطالب النقطة التي تمثل الكسر بعد تقسيم الكل– الجزء. **التعريفات الإجرائية**

تعيين الكسر على خط الأعداد: يقصد به في هذه الدراسة تحديد النقطة الدقيقة التي تمثل الكسر المطلوب على خط الأعداد دون تحويل الكسر إلى عدد عشري.

الخطأ الرياضي: الإجراء الذي استخدمه الطالب في تعيين نقطة الكسر ويخالف الإجراء السليم لتعيين النقطة سواء كان الخطأ بالمفهوم أو العمليات أو المهارة أو نتيجة عدم الانتباه أو الإهمال والسرعة (الشرع وعابد، 2010). وفي هذه الدراسة هو أي خطأ يرتكبه الطالب عند تعيين مكان النقطة التي تمثل الكسر سواء ارتبط بمفهوم الكسر أو بالتعامل مع خط الأعداد مثل: خطأ تقسيم منطقتي الموجب والسالب، أو عدم تجزئة الكل– الجزء بصورة صحيحة أو التحويل إلى صورة عشرية (إذ نصَّ السؤال على عدم تحويله إلى صورة عشرية؛ إذ لا يمكن الجزم بأن هذا الخطأ ناتج عن الإهمال، ومن أجل الكشف عن آلية تنفيذ المهارة).

الطريقة والإجراءات

مجتمع الدراسة وعينتها

تكون مجتمع الدراسة من جميع طلبة تخصص "معلم صف" في كلية العلوم التربوية في الجامعة الأردنية في الفصل الأول من العام الجامعي 2013/2012 البالغ عددهم (542) طالباً وطالبة، وبلغ عدد أفراد الدراسة (127) طالباً وطالبة

بنسبة (23.4%). حيث اختيرت عينة قصدية (الشعب التي يدرسها الباحث نفسه) بواقع خمس شعب حتى يتسنى له تطبيق الدراسة والإشراف على إجراءات الاختبار من أجل تنفيذ نفس التعليمات، والتقيد بنفس وقت الاختبار وإدارته لجميع الطلبة.

أداة الدراسة

أعدَّ الباحث اختباراً مكوّناً من ثلاثة أسئلة طُلب في كل منها تعيين النقطة التي تمثل الكسر على خط الأعداد دون تحويله إلى عدد عشري، حيث اختيرت الأسئلة لتحقيق الأهداف الآتية:

1- أن يعين الطالب النقطة التي تمثل كسراً عادياً بصورة $\frac{أ}{ب}$: ب ≠صفراً، أ < ب، على خط الأعداد بصورة صحيحة ودقيقة دون تحويله إلى كسرٍ عشري.

2- أن يعين الطالب النقطة التي تمثل كسراً عادياً بصورة $\frac{أ}{ب}$: ب ≠صفراً، أ > ب ، على خط الأعداد بصورة صحيحة ودقيقة دون تحويله إلى كسرٍ عشري.

3- أن يعين الطالب النقطة التي تمثل عدداً كسرياً بصورة ج $\frac{أ}{ب}$: ب ≠صفراً، أ < ب، على خط الأعداد بصورة صحيحة ودقيقة دون تحويله إلى كسرٍ عشري.

وقد اختيرت هذه الأهداف للكشف عن قدرة الطلبة على معرفة قيمة الكسر مقارنة بالصفر، وتحويل الكسر العادي إلى عدد كسري، وتقسيم الخط إلى الكل –الجزء، وكيفية تمثيل الكسر أو العدد الكسري بصوره المختلفة على الخط، بهدف الكشف عن المحتوى المعرفي لدى الطلبة المعلمين في الكسور. هذا، وقد استبعدت الكسور السالبة بشكل مقصود للتعرف إلى كيفية تحديد الطالب منطقتي السالب– الموجب على الخط، وهل بالضرورة تقسيم الخط إلى منطقتين (موجبة وسالبة) باستمرار لمعرفة قدرة الطلبة على تحديد حاجاتهم في حل المسألة. ثم صيغ سؤال واحد على كل هدف. وبناءً عليه، شملت الأداة الكسور الآتية:

$\frac{3}{5}$، $\frac{11}{7}$، $2\frac{4}{6}$، للكشف عما هو متوقع من أضناف (أصناف) الأخطاء مثل:

– هل يُميز الطلبة أن الكسر $\frac{3}{5}$ أقل من الواحد؟

– التعامل مع الكسر $\frac{11}{7}$على أنه أكبر من الواحد وتحويله إلى عدد كسري.

– التعامل مع العدد الكسري $2\frac{4}{6}$ بصورته الجاهزة.

– أُختير السؤال الثاني $\frac{11}{7}$ للكشف عن انتباه الطلبة أن الكسر $\frac{11}{7}$ ليس منتهٍ ولا يجوز تقريبه.

– الكشف عن معرفة الطلبة بتمثيل نقطة العدد الكسري باختلاف صورة كتابته {$\frac{11}{7}$، $2\frac{4}{6}$، $\frac{3}{5}$}.

إجراءات الدراسة

مرت هذه الدراسة بالإجراءات الآتية:

- روجعت كتب الرياضيات للمرحلة الأساسية الدنيا لمعرفة الصفوف التي تدرس فيها مفاهيم الكسور وتمثيلاتها المختلفة.
- اختيرت بعض أنواع المهارات المرتبطة بالكسور، وهي مهارة تمثيلها على خط الأعداد لأهميتها المرتبطة بالهندسة ومن ضمنها عملية الرسم والتقسيم المنتظم للمسافة، ومفهوم البعد عن الصفر، ومفهوم النقطة.
- طبق الاختبار على عينة استطلاعية (25) طالباً وطالبة من خارج أفراد الدراسة للتأكد من ثبات الاختبار ومعرفة الوقت المناسب لتعيين نقط الكسور وقد تراوح زمن تعيين جميع الكسور ضمن الفترة الزمنية (8– 15) دقيقة لجميع الطلبة.
- رصدت قائمة أولية بأصناف الأخطاء المتوقعة عند الطلبة في تعيين نقط الكسور.
- أضيفت الأخطاء التي ظهرت في إجابات أفراد العينة الاستطلاعية إلى القائمة الأولية، وأعطي كل صنف من أصناف الأخطاء رقما يختلف عن أرقام الأصناف الأخرى حتى يسهل الرجوع إليه إن لزم الأمر.
- طبق الاختبار على أفراد الدراسة وأعطوا زمنا مقداره (20) دقيقة لضمان مناسبة الوقت لجميع أفراد الدراسة.
- رُقمت أوراق الاختبار من (1 حتى 127).
- وضعت الإجابة النموذجية وهي: تقسيم خط الأعداد إلى الكل – الجزء يليها تعيين الكسر. وبالتالي وبحسب منطوق السؤال لا يجوز تحويل الكسر إلى صورة عشرية ثم تعيينه.
- صححت عينة عشوائية من أوراق إجابات أفراد الدراسة ورصدت الأخطاء الجديدة.

وأضيفت إلى قائمة الأخطاء السابقة.

– صنفت إجابات الطلبة بشكل عام إلى صنفين:

1- **الحل الصحيح:** تعيين النقطة التي تمثل الكسر

المطلوب على خط الأعداد بصورة سليمة ودقيقة وإجراءات صحيحة.

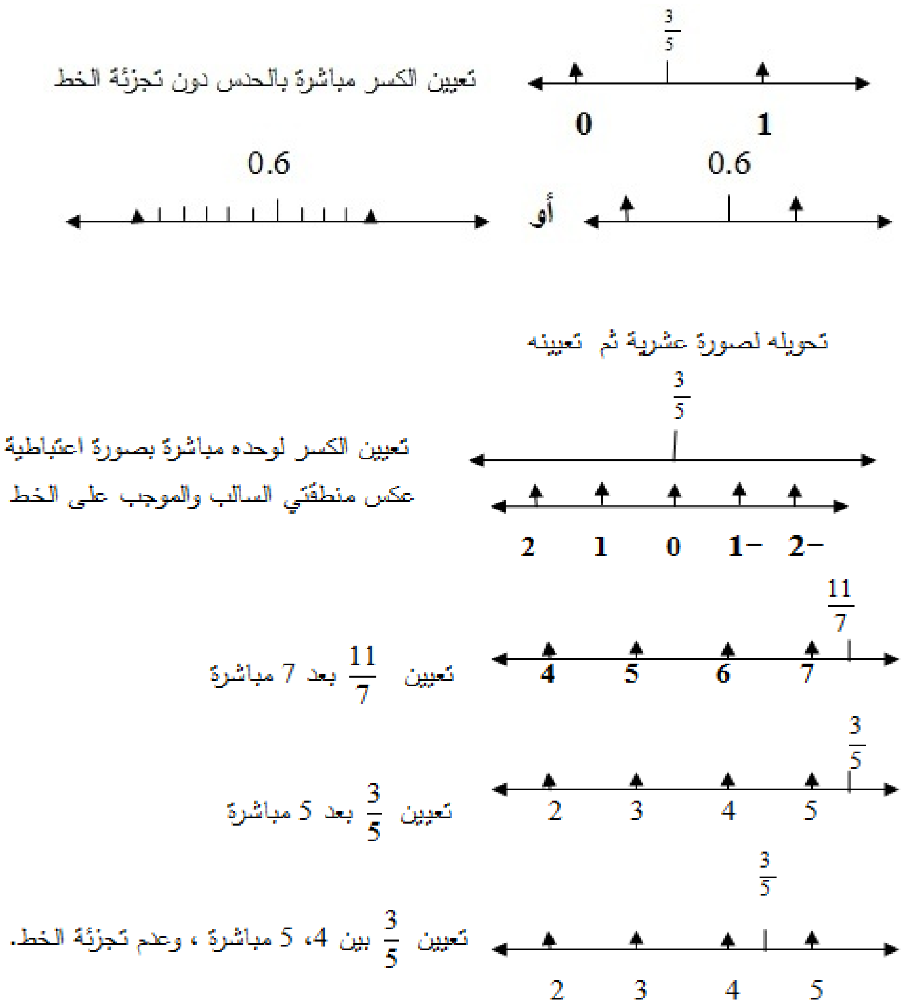
2- **الحل الخطأ:** عدم تعيين نقطة الكسر المطلوب على خط الأعداد بصورة صحيحة وصنفت الأخطاء، سواء نتج ذلك عن القيام بأي إجراء خطأ أو عن عدم الفهم أو عدم الانتباه، أو نتيجة التعامل مع أجزاء الكسر أو تقسيم الخط بصورة خاطئة، أو أي خطأ لا يستند إلى الأسلوب العلمي السليم.

- صححت جميع الأوراق، حيث صحح السؤال الواحد لجميع الأوراق تباعا، ثم صحح السؤال الثاني فالثالث. وفي حال ظهر خطأ جديد غير مرصود أضيف إلى القائمة وأعطي رقما جديدا ورُصد تكرار ظهوره.
- حسبت التكرارات لأصناف الأخطاء ونسبها المئوية لجميع الطلبة عن كل سؤال على حدة.

تصحيح الاختبار

للإجابة عن أسئلة الدراسة صححت إجابات الطلبة وفق الإجابة النموذجية المعدة مسبقا وروعي في أثناء التصحيح الآتي:

- رصد صنف الخطأ الذي يظهر في إجابة الطالب وتكراره على نموذج التصحيح، وأعطي الخطأ رقما على ورقة إجابة الطالب يميزه عن غيره من الأخطاء.
- تم التصحيح كما هو مبين في الإجراءات.
- وصفت الأخطاء التي ظهرت لغويا على ضوء ما يظهر على خط الأعداد، فمثلا:



- رُصدت تكرارات أصناف الأخطاء وحُسبت نسبها المئوية.

صدق الاختبار

للتحقق من صدق الاختبار عُرض على مجموعة من المحكمين من أعضاء هيئة التدريس في مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، ومشرفين على تدريس مادة الرياضيات، ومعلمي رياضيات ذوي خبرة (أكثر من 10 سنوات) في تدريس الرياضيات للمرحلة الأساسية ويدرسون موضوعات الكسور للطلبة في المرحلة الأساسية الأولى (الرابع والخامس والسادس والسابع). حيث زوُد كل منهم بالاختبار ومبررات اختيار هذه الأسئلة، وطلب إليهم إبداء ملاحظاتهم واقتراحاتهم على ضوء أهداف الاختبار ومبرراته. وبعد جمع ملاحظات المحكمين، أبدى المحكمون قبولا كبيرا ومتوافقا على طبيعة الأسئلة وتنوعها بحسب الأهداف المقصودة من الاختبار. ومن جهة أخرى فإن صدق هذا الاختبار محكوماً بتحقيق غرض الكشف عن المحتوى المعرفي لدى الطلبة المعلمين في تعيين النقط التي تمثل الكسر على خط الأعداد من خلال ما يظهرونه من أصناف الأخطاء التي قد تكشف عن فهمهم للموضوع. وعليه، فإن إجراءات تطبيق الاختبار وتعليماته تقضي بأن يظهر الطالب كيفية تنفيذ عملية تحديد الكسر وتفصيلاته اللازمة للكشف عن مواطن الخطأ المحتملة، خاصة وأن أصناف الأخطاء في تعيين النقط التي تمثل الكسور العادية والأعداد الكسرية على خط الأعداد قابلة للحصر، وبهذا فإن الاختبار يحقق معيار الصدق.

ثبات الاختبار

للتأكد من ثبات الاختبار طبق على (25) طالباً من خارج عينة الدراسة، وأعيد تطبيقه بعد أسبوعين دون إشعارهم بموعد إعادته أو بشيء عن إجابتهم السابقة أو مناقشتهم بها، وحسب معامل ارتباط بيرسون بين التطبيقين ووجدت قيمته 0.90، هذا وقد تراوحت معاملات الارتباط لأصناف الأخطاء التي تكررت بين التطبيقين بين 0.81 و0.93. عودة، 1993؛ (Grounlund and Linn, 1990). وبذلك تبدو هذه القيمة مناسبة للسير بتطبيق الدراسة.

منهج الدراسة

نهجت هذه الدراسة منهجاً وصفياً تحليلياً؛ فقد وصفت أصناف الأخطاء التي ظهرت في إجابات الطلبة عن كل سوال من أسئلة الاختبار وأصناف الأخطاء المشتركة، وحسبت تكرارات ظهورها ونسبها المئوية.

نتائج الدراسة ومناقشتها

في معرض الإجابة عن أسئلة الدراسة بشكل عام، حسبت نسبة الذين أجابوا عن السؤال إجابة صحيحة إلى الذين حاولوا الإجابة عنه كل على حدة، ويوضح الجدول (1) تلك النتائج.

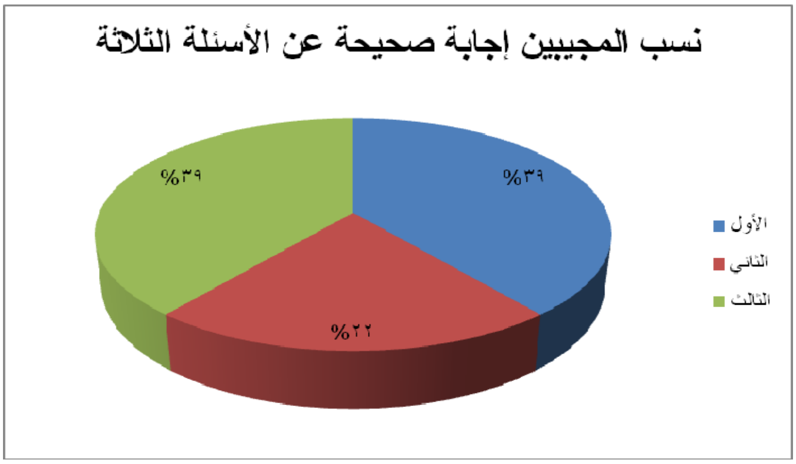
الجدول (1)

عدد المجيبين عن أسئلة الاختبار إجابة صحيحة أو إجابة خاطئة من الذين حاولوا الإجابة ونسبهم المئوية

السؤال ورقمه: تعيين النقطة التي تمثل الكسر على خط الأعداد دون تحويله إلى صورة عشرية	1) الكسر $\frac{3}{5}$	2) العدد الكسري $\frac{11}{7}$	3) العدد الكسري $2\frac{4}{6}$
عدد الذين لم يحاولوا الإجابة*	0	4	9
عدد المجيبين إجابة صحيحة	9	5	9
نسبة المجيبين إجابة صحيحة من الذين حاولوا الإجابة عن السؤال (%)	7.1	4.1	7.6
نسبة المجيبين إجابة خاطئة من الذين حاولوا الإجابة عن السؤال (%)	92.9	95.9	92.4

* عدد أفراد الدراسة (127) طالبا وطالبة.

يبين الجدول أعلاه أن نسبة الطلبة الذين تمكنوا من تعيين بعض الكسور بصورة صحيحة من الذين حاولوا الإجابة عن الأسئلة على خط الأعداد لم تتجاوز 7.6%، وكانت أقل نسبة لهم 4.1%. وبهذا، فإن نسبة الذين أجابوا عن الأسئلة بصورة خاطئة تتراوح بين 92.4%، و95.9%. ويمثل الشكل (1) التالي توضيحا لعدد المجيبين إجابة صحيحة من الذين حاولوا الإجابة عن السؤال ونسبهم المئوية.



الشكل 1. عدد المجيبين إجابة صحيحة من الذين حاولوا الإجابة عن السؤال ونسبهم المئوية

وللإجابة عن أسئلة الدراسة بصورة تفصيلية، حُسبت تكرارات صنف الخطأ والنسبة المئوية لعدد مرات ظهوره في إجابات الطلبة؛ حيث رُصد تكرار صنف الخطأ عند ظهوره في إجابة كل طالب ولجميع الطلبة. وبناءً عليه، يمكن تفصيل تصنيف أخطاء الطلبة في تعيين الكسور –وبحسب نوع الكسر – على خط الأعداد على النحو الآتي:

أولا: أصناف الأخطاء في إجابات الطلبة عن السؤال الأول "**عيِّن النقطة التي تمثل الكسر $\frac{3}{5}$ على خط الأعداد دون تحويله إلى صورة عشرية**" يلخص الجدول (2) أصناف الأخطاء في إجابات الطلبة في تعيين النقطة التي تمثل الكسر $\frac{3}{5}$ على خط الأعداد.

الجدول (2)

تكرارات أصناف الأخطاء في إجابات الطلبة عند تعيين $\frac{3}{5}$ على خط الأعداد ونسبها المئوية ورتبها نسبة إلى الذين حاولوا الإجابة عن السؤال

رمز الخطأ	وصف الخطأ عدد المجيبين عن السؤال (127) من أصل (127) طالبا وطالبة	تكرار صنف الخطأ	نسبة تكرار الصنف %	رتبة صنف الخطأ
خ1	تحويل الكسر إلى صورة عدد عشري وتدويره لأقرب جزء من 10 (1.6)	33	26.0	1
خ2	تعيين نقطة الكسر بين 0، 1 عشوائيا (بالحدس أو بصورة اعتباطية)	25	19.7	2
خ3	اعتبار الكسر هو وحدة التقسيم وعدم تحديد الأعداد الصحيحة (تقسيم الخط لأجزاء صغيرة فقط بحسب قيمة المقام) $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$ ... $\frac{7}{5}$	3	2.4	9
خ4	تقسيم الخط إلى 5 وحدات صحيحة ثم تعيين نقطة الكسر بعد العدد 5 مباشرة	12	9.4	4
خ5	تعيين الكسر مباشرة بين العددين 4، 5 دون تجزئته بحسب مقام الكسر	4	3.1	8
خ6	عكس منطقتي السالب والموجب على الخط 3 2 1 0 1– 2–	18	14.2	3
خ7	تعيين نقطة الكسر مباشرة بين العددين 3، 4 (اعتبار $\frac{3}{5}$ يساوي 3.5)	7	5.5	7

رمز الخطأ	وصف الخطأ عدد المجيبين عن السؤال (127) من أصل (127) طالبا وطالبة	تكرار صنف الخطأ	نسبة تكرار الصنف %	رتبة صنف الخطأ
خ8	تقسيم الخط حتى 5 وحدات صحيحة ثم اختيار العدد الصحيح 3 واعتبارة نقطة الكسر $\frac{3}{5}$ 3 0 1 2 $\frac{3}{5}$ 4 5	9	7.1	6
خ9	اعتبار الكسر زوج مرتب بالصورة (س، ص) = (البسط، المقام)	1	0.8	11
خ10	تعيينه نقطة الكسر بين $\frac{1}{2}$ ، $-\frac{1}{2}$ دون تقسيم الخط (تعيين اعتباطي)	1	0.8	11
خ11	تعيين الصفر ثم تعيين الكسر $\frac{3}{5}$ بعده مباشرة بصورة اعتباطية دون تجزئة	4	3.1	8
خ12	تقسيم الوحدة الصحيحة بصورة خاطئة باعتبار المقام الذي يتغير وعدم تمييز قيم الكسور ذات المقامات المختلفة على النحو 0 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ 1	2	1.6	10
خ13	اعتبار الكسر $\frac{3}{5}$ عمود من مدرج تكراري قاعدته(3− 5)	1	0.8	11
خ14	البدء بتقسيم الخط من الواحد وليس من الصفر ثم تعيين $\frac{3}{5}$ بين 1، 2 (عدم معرفة ان $\frac{3}{5}$ أقل من الواحد)	3	2.3	9
خ15	تقسيم الخط لمنطقة واحدة موجبة معكوسة 5 4 3 2 1 0	10	7.9	5

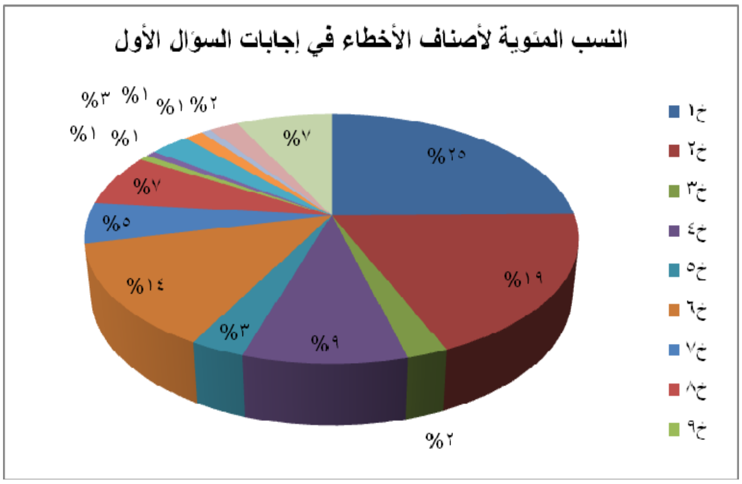
يوضح الجدول (2) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعاً عند الطلبة المعلمين في تعيين النقطة التي تمثل الكسر $\frac{3}{5}$ كانت في "تحويل الكسر إلى عدد عشري" إذ بلغت 26.0% من المحاولين، وقد يرجع ذلك إلى عدم تمكن الطلبة من مهارة تعيين الكسر العادي على الخط أو لتجاهلهم نص السؤال إما لعدم معرفتهم بالمهارة أو نتيجة الإهمال. تلتها نسبة شيوع صنف الخطأ "تعيين نقطة الكسر بين العددين(0، 1) عشوائيا (بالحدس أو بصورة اعتباطية) " وبلغت هذه النسبة 19.7% من المحاولين. وجاء في الترتيب الثالث من حيث الشيوع بين أصناف الأخطاء، نسبة شيوع الخطأ " تقسيم خط الأعداد بصورة مقلوبة (قلب المنطقة السالبة بالموجبة)"

3 2 1 0 1− 2−

بنسبة بلغت 14.2% من المحاولين بالسؤال. وجاء في الترتيب الرابع نسبة شيوع الخطأ " تقسيم الخط إلى 5 وحدات صحيحة ثم تعيين الكسر بعد العدد 5 مباشرة" بنسبة بلغت 9.4% من المحاولين، واحتل صنف الخطأ "**تقسيم الخط لمنطقة واحدة موجبة مقلوبة**" الترتيب الخامس بنسبة بلغت 7.9% من المحاولين

5 4 3 2 1 0

وجاءت أقل النسب بين نسب أصناف الأخطاء بعيدة عن مفاهيم الكسور العادية ولا ترتبط بخط الأعداد حيث تساوت نسبة شيوع أصناف الأخطاء: "اعتبار الكسر زوجاً مرتباً بالصورة (س، ص) = (البسط، المقام)"، و"تعيين الكسر بين $\frac{1}{2}$، $-\frac{1}{2}$ دون تقسيم الخط (تعيين اعتباطي)"، و"اعتبار الكسر $\frac{3}{5}$ عموداً في مدرج تكراري طول قاعدته من 3−5" حيث بلغت نسبة كل منها 1% تقريبا من المحاولين، ويمكن اعتبار أصناف هذه الأخطاء من أصناف الأخطاء الغريبة. ويوضح الشكل (2) أصناف الأخطاء التي ظهرت في إجابات الطلبة عن السؤال الأول ونسبها المئوية.



الشكل 2. أصناف الأخطاء التي ظهرت في إجابات الطلبة عن السؤال الأول ونسبها المئوية

ثانيا: أصناف الأخطاء في إجابات الطلبة عن السؤال الثاني:" **عين الكسر $\frac{11}{7}$ على خط الأعداد دون تحويله إلى صورة عشرية**". يوضح الجدول (3) أصناف الأخطاء في إجابات الطلبة عند تعيين الكسر $\frac{11}{7}$ **على خط الأعداد.**

الجدول (3)

تكرارات أصناف الأخطاء في إجابات الطلبة عند تعيين الكسر $\frac{11}{7}$ على خط الأعداد ونسبها المئوية ورتبها نسبة إلى الذين حاولوا الإجابة عن السؤال

رمز الخطأ	وصف الخطأ الذين حاولوا الإجابة عن السؤال (123) من أصل (127) طالبا وطالبة	تكرار صنف الخطأ	% لتكرار صنف الخطأ	رتبة صنف الخطأ
خ1	تحويل الكسر إلى عدد عشري ثم تدويره لأقرب جزء من 10 وتعيينه بصورة اعتباطية	29	23.6	1
خ2	تقسيم الخط إلى 7 وحدات صحيحة ثم تعيين نقطة الكسر بعد 7 مباشرة بالحدس	15	12.2	4
خ3	تقسيم خط الأعداد إلى 11 وحدة صحيحة فقط وعدم تعيين نقطة الكسر	15	12.2	4
خ4	اعتبار الكسر زوج مرتب (س، ص) = (البسط، المقام)	1	0.8	
خ5	تقسيم الخط إلى 11 وحدة صحيحة ثم اختيار العدد الصحيح 7 واعتباره نقطة الكسر $\frac{11}{7}$ 7 1 2 3 4 5 6 $\frac{11}{7}$ 8 .. 11	6	4.9	7
خ6	تقسيم الخط إلى 11 وحدة ثم تعيين الكسر بعد العدد 11 مباشرة بصورة اعتباطية	4	3.3	9
خ7	عكس منطقتي السالب والموجب على الخط 3 2 1 0 1− 2−	17	13.8	3

رمز الخطأ	وصف الخطأ الذين حاولوا الإجابة عن السؤال (123) من أصل (127) طالبا وطالبة	تكرار صنف الخطأ	% لتكرار صنف الخطأ	رتبة صنف الخطأ
خ8	تعيين الكسر مباشرة بين العددين صفر، 1 عشوائيا	23	18.7	2
خ9	تعيين الكسر بين العددين 6، 7 عشوائيا	4	3.3	9
خ10	تعيين $\frac{11}{7}$ عشوائيا بين العددين 1، 2 دون تجزئة الوحدة (بالحدس)	13	10.6	5
خ11	اعتبار الكسر $\frac{11}{7}$ عمود من مدرج تكراري قاعدته 7− 11	1	0.8	11
خ12	تجزئة الوحدات الصحيحة إلى أجزاء بصورة عشوائية خاطئة ليس لها نمط	3	2.4	10
خ13	اعتبار $\frac{1}{7}$ هو وحدة التقسيم وعدم تقسيم الخط إلى وحدات صحيحة $\frac{1}{7}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{6}{7}$ .... $\frac{11}{7}$	4	3.3	9
خ14	تعيين الكسر لوحده فقط على خط الأعداد دون أي إجراء آخر	5	4.1	8
خ15	تقسيم الخط لمنطقة موجبة بصورة معكوسة 5 4 3 2 1 0	12	9.8	6

يتضح من الجدول (3) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعاً عند الطلبة المعلمين في تعيين النقطة التي تمثل الكسر $\frac{11}{7}$ كانت في "تحويل الكسر إلى عدد عشري وتدويره لأقرب جزء من 10 (1.6)" إذ بلغت 24% من المجيبين. تلتها نسبة شيوع صنف الخطأ" تعيين نقطة الكسر بين العددين 0، 1 بصورة اعتباطية" وبلغت هذه النسبة 19% من المجيبين. وفي الترتيب الثالث جاءت نسبة شيوع الخطأ " تقسيم خط الأعداد بصورة معكوسة (قلب المنطقة السالبة بالموجبة)

3 2 1 0 1− 2−

وبلغت 14% من الذين حاولوا الإجابة. وجاءت في الترتيب الرابع نسبة شيوع صنفي الخطأ " تقسيم الخط إلى 7 وحدات صحيحة ثم تعيين الكسر بعد 7 مباشرة، و"تقسيم خط الأعداد إلى 11 وحدة صحيحة فقط وعدم تعيين نقطة الكسر" متساويتان بلغت كل منهما 12% من المحاولين.

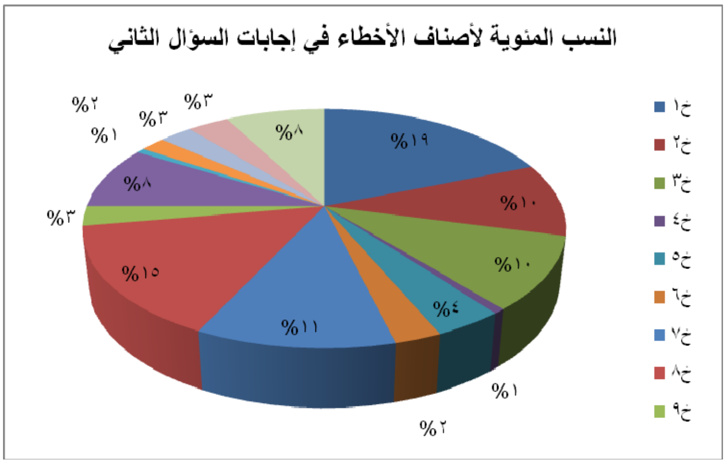
وقسَّم 10% من المحاولين الخط بطريقة غير صحيحة بالصورة " **تقسيم الخط لمنطقة موجبة معكوسة**"

5 4 3 2 1 0

وجاءت أقل النسب لأصناف الأخطاء بعيدة عن مفاهيم الكسور العادية ولا ترتبط بخط الأعداد حيث تساوت نسبة شيوع صنفي الخطأ " اعتبار الكسر زوجاً مرتباً بالصورة (س، ص) = (البسط، المقام)"، و"اعتبار الكسر $\frac{11}{7}$ عموداً من مدرج تكراري قاعدته من 7−11" بلغت نسبة كل منهما 1% من المحاولين.

ويوضح الشكل (3) تكرارات أصناف الأخطاء التي ظهرت في إجابات الطلبة عن السؤال الثاني ونسبها المئوية.

ثالثا: أصناف الأخطاء في إجابات الطلبة عن السؤال الثالث: "عيِّن العدد الكسري $2\frac{4}{6}$ على خط الأعداد دون تحويله إلى صورة عشرية". يوضح الجدول (4) أصناف الأخطاء في إجابات الطلبة عند تعيين العدد الكسري $2\frac{4}{6}$ على خط الأعداد.



الشكل 3. تكرارات أصناف الأخطاء التي ظهرت في إجابات الطلبة عن السؤال الثاني ونسبه المئوية

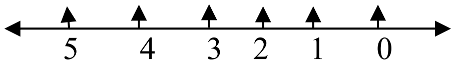
الجدول (4)

تكرارات أصناف الأخطاء في إجابات الطلبة عند تعيين العدد الكسري $2\frac{4}{6}$ على خط الأعداد ونسبها المئوية ورتبها نسبة إلى الذين حاولوا الإجابة عن السؤال

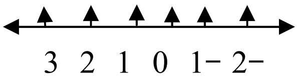
رمز الخطأ	وصف الخطأ عدد الذين حاولوا الإجابة عن السؤال 118 من أصل 127 طالب وطالبة	تكرار صنف الخطأ	% لتكرار صنف الخطأ	رتبة صنف الخطأ
خ1	تحويل الكسر إلى صورة عشرية وتدويره لأقرب جزء من 10 (2.7)	25	21.2	2
خ2	تعيين الكسر بين 2، 3 مباشرة دون تقسيم الوحدة إلى أجزاء	28	23.7	1
خ3	تقسيم الخط إلى 4 وحدات صحيحة فقط	12	10.2	5
خ4	عكس منطقتي السالب والموجب على الخط 3 2 1 0 1− 2−	13	11.0	4
خ5	تقسيم الخط 6 وحدات صحيحة ثم تعيين العدد الكسري بعد العدد 6 مباشرة	6	5.1	8
خ6	تعيين الكسر بين العددين 1، 2 مباشرة دون تجزئة الوحدة الصحيحة	2	1.7	10
خ7	تعيين نقطة الكسر مباشرة بعد 2 دون تجزئة الخط بحسب مقام الكسر	8	6.8	6
خ8	تعيين نقطة العدد الكسري فقط على خط الأعداد مباشرة دون أي إجراء	4	3.4	9
خ9	اعتبار الكسر زوج مرتب (س، ص) =(البسط، المقام)	1	0.8	11
خ10	اعتبار الكسر $2\frac{4}{6}$ عمود تكراري طول قاعدته (4− 6) غير محدد الارتفاع	1	0.8	11
خ11	اعتبار الكسر وحدة تقسيم الخط وإهمال الوحدات الصحيحة	13	11.0	4
خ12	تعيين نقطة الكسر $\frac{4}{6}$ فقط مباشرة بين الصفر، 1	2	1.7	10
خ13	تقسيم الخط إلى وحدات صحيحة مساوية للعدد الأكبر 6 ثم اختيار قيمة البسط 4 لتمثل نقطة الكسر المطلوب	7	5.9	7
خ14	تقسيم الخط خطأ لمنطقة موجبة بصورة معكوسة 5 4 3 2 1 0	14	11.9	3

يبين الجدول (4) أن أكثر أصناف الأخطاء شيوعاً عند الطلبة المعلمين في تعيين النقطة التي تمثل الكسر $2\frac{4}{6}$ كانت في " تعيين الكسر مباشرة بين 2، 3 " إذ بلغت 23.7% من المحاولين. تلتها نسبة شيوع صنف الخطأ " تحويل العدد الكسري إلى صورة عشرية وتدويره لأقرب منزلة 2.7"، حيث بلغت هذه النسبة 21%.

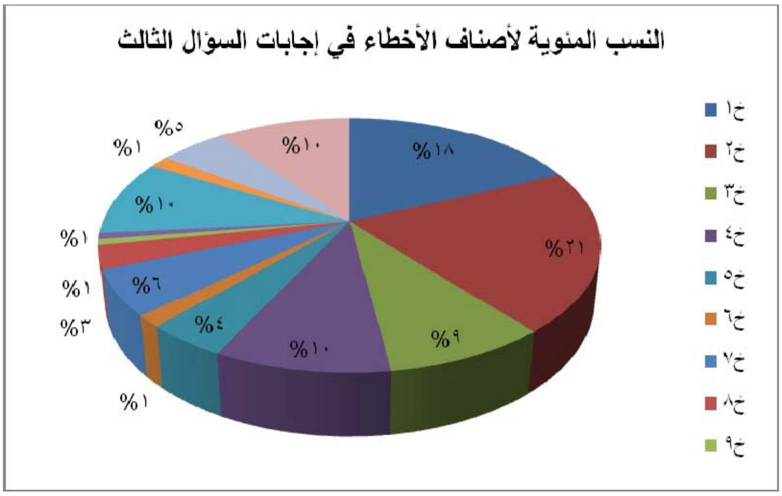
وجاء في الترتيب الثالث نسبة شيوع الخطأ " تقسيم خط الأعداد بطريقة خطأ لمنطقة واحدة موجبة مقلوبة بلغت نسبتها 12% من الذين حاولوا الإجابة



أما نسب شيوع صنفي الخطأ "تقسيم الخط إلى أجزاء عشوائية خاطئة لا ترتبط بأجزاء الكسر"، و"تقسيم الخط بالعكس (قلب المنطقة السالبة بالموجبة)" وكانت نسبتاهما متساويتين بلغت كل منهما 11 % من المحاولين



وجاءت أقل نسب أصناف الأخطاء بعيدة عن مفاهيم الكسور العادية ولا ترتبط بخط الأعداد حيث تساوت نسبة شيوع صنفي الخطأ "اعتبار الكسر زوجاً مرتباً بالصورة (س، ص) = (البسط، المقام)"، و"اعتبار العدد الكسري $2\frac{4}{6}$ عموداً من مدرج تكراري قاعدته من 4−6" بلغت نسبة كل منهما 1% من المحاولين. ويوضح الشكل (4) أصناف الأخطاء في إجابتهم عن السؤال الثالث ونسبها المئوية.



الشكل 4. أصناف أخطاء الطلبة في إجابتهم عن السؤال الثالث ونسبها المئوية

وبتفحص إجابات الطلبة عن الأسئلة الثلاثة بصورة عامة، ومن خلال أصناف الأخطاء التي ظهرت في إجاباتهم، يتضح وجود أصناف أخطاء متنوعة ومتعددة بعضها مفاهيمية، وأخرى مهارية، ويمكن إجمال مجموعة أصناف الأخطاء المشتركة في إجابات الطلبة عن جميع الأسئلة في الجدول (5).

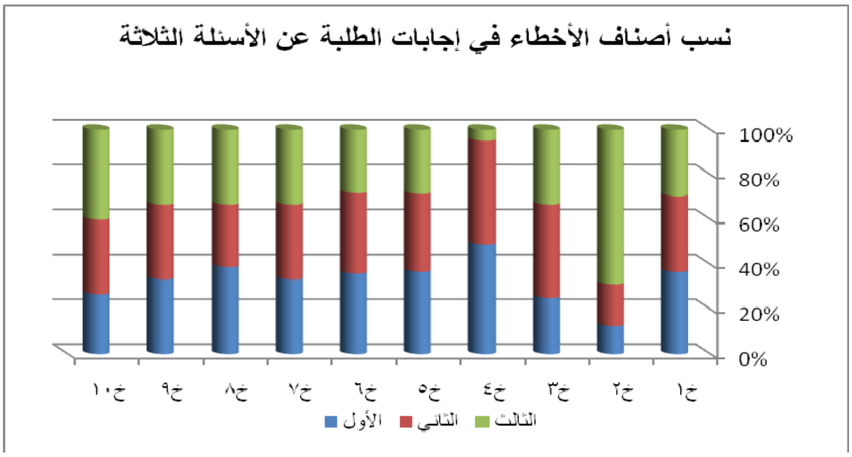
ويوضح الشكل (5) النسب المئوية لأصناف الأخطاء المشتركة في إجابات الطلبة عن الأسئلة الثلاثة.

الجدول (5)

رموز وأصناف الأخطاء المشتركة في إجابات الطلبة عند تعيين الكسور $\frac{3}{5}$، $\frac{11}{7}$، $2\frac{4}{6}$ على خط الأعداد ونسبها المئوية

رمز الخطأ	وصف الخطأ	نسبة تكرار صنف الخطأ في كل سؤال		
	رقم السؤال	الأول	الثاني	الثالث
خ1	تحويل الكسر إلى صورة عدد عشري	26.0	23.6	21.2
خ2	اعتبار الكسر هو وحدة التقسيم وإهمال الوحدات الصحيحة	2.4	3.3	11.0
خ3	تقسيم الخط إلى أعداد صحيحة ثم تعيين نقطة الكسر بعد آخر عدد	12.5	15.5	11.9

رمز الخطأ	وصف الخطأ	نسبة تكرار صنف الخطأ في كل سؤال		
	رقم السؤال	الأول	الثاني	الثالث
خ4	تعيين النقطة التي تمثل الكسر بين الصفر والواحد	19.7	18.7	1.7
خ5	تعيين الكسر – مباشرة دون تجزئة الوحدة الصحيحة – بين عددين صحيحين غير العددين الحاصرين للكسر (اختيار عددين عشوائيا)	10.9	13.9	25.4
خ6	عكس منطقتي السالب والموجب على الخط 3 2 1 0 1− 2−	14.2	13.8	11.0
خ7	اعتبار الكسر زوج مرتب (س، ص) = (البسط، المقام)	0.8	0.8	0.8
خ8	تقسيم الخط إلى ليصل القيمة الكبرى من قيمتي البسط والمقام ثم اختيار القيمة الأخرى لتمثل الكسر المطلوبة مثل $\frac{3}{5}$ 3 0 1 2 $\frac{3}{5}$ 4 5	7.1	4.9	5.9
خ9	اعتبار الكسر المطلوب عمود من مدرج تكراري قاعدته جزأي الكسر غير محدد الارتفاع	0.8	0.8	0.8
خ10	تقسيم الخط لمنطقة واحدة موجبة مقلوبة 5 4 3 2 1 0	7.9	9.8	11.9

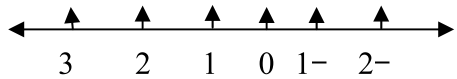


الشكل 5. توزيع أصناف الأخطاء المشتركة في إجابات الطلبة عن الأسئلة الثلاثة

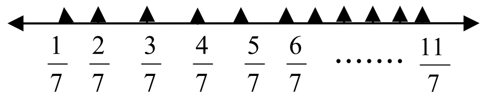
مناقشة النتائج

سيتم مناقشة النتائج تبعاً لتسلسل أسئلة الدراسة ونتائجها. ففي معرض الإجابة عن أسئلة الدراسة بشكل عام، تبين أن نسبة الطلبة الذين عينوا بعض الكسور بصورة صحيحة من الذين حاولوا الإجابة عن الأسئلة على خط الأعداد لم تتجاوز 7.6%، وكانت أقل نسبة لهم 4.1%. وهي نسب متدنية جداً مما يشير إلى أن الطلبة المعلمين لا يمتلكون محتوى معرفياً ملائماً بموضوع الكسور ؛ حيث تنوعت أخطاؤهم في تعيين نقط الكسور بين أخطاء مفاهيمية تعلق بعضها بقيمة الكسر أو مفهومهم للكل والجزء، وأخطاء مهارية تتعلق بعملية تقسيم خط الأعداد واتجاه التقسيم أو ضرورة أن يكون تقسيم الأجزاء متساويا على الخط فمثلا:

"تقسيم الخط إلى 5 وحدات صحيحة ثم تعيين الكسر $\frac{3}{5}$ بعد العدد 5 مباشرة."، أو تعيينه بين العددين 3 و 4، وغيرها فمثلا: قسَّم بعضهم خط الأعداد بصورة خاطئة كما يلي:



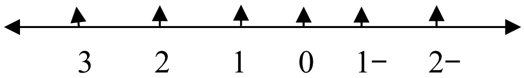
أو الصورة



ولم يظهر الطلبة معرفة أو فهما في كيفية تقسيم الأجزاء التي يتطلبها الكسر. وأنهم غير قادرين على إدراك أهمية معرفة تعيين نقطة الكسر دون تحويله إلى صورة عشرية، مما يدل على عدم درايتهم بأن بعض الكسور لا تحول إلى كسور منتهية (أي أنها غير نسبية)؛ إذ بلغت نسبة الذين حولوا الكسور إلى أعداد عشرية 26%، و24%، و21% عند إجابتهم عن الأسئلة الأول والثاني والثالث على الترتيب.

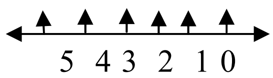
وتعزى هذه النسب العالية لأصناف الأخطاء في جميع الأسئلة وتقاربها على أحد أمرين؛ إما أنهم غير قادرين على تعيين النقطة التي تمثل الكسر أو العدد الكسري وهو الأكبر احتمالا، والأمر الثاني أنهم أهملوا قراءة السؤال أو تجاهلوها وهو الاحتمال الأضعف، وبذلك خالفوا المطلوب من السؤال وأجابوا سؤالا آخر مرتبط بتعيين العدد العشري، لعدم معرفتهم بتعيين الكسر العادي على خط الأعداد. كما أن تذكرهم لتعيين العدد العشري أسهل عليهم لكثرة تعاملهم معه، وكثرة مشاهدتهم له نتيجة تعاملهم مع أدوات القياس المدرجة.

أولا: مناقشة نتائج السؤال الأول: أشارت نتائج السؤال الأول إلى وجود أصناف من الأخطاء المتنوعة عند تعيين النقطة التي تمثل الكسر $\frac{3}{5}$ على خط الأعداد، وأن أكثر أصناف الأخطاء شيوعاً في تعيين النقطة التي تمثل الكسر $\frac{3}{5}$ كانت في "تحويل الكسر إلى صورة عدد عشري" "إذ بلغت 26.0% من المحاولين، وقد يرجع ذلك إلى عدم تمكن الطلبة من مهارة تعيين الكسر العادي على الخط، أو لتجاهلهم نص السؤال إما لعدم معرفتهم بالمهارة أو نتيجة الإهمال وهو الاحتمال الأضعف. تلتها نسبة شيوع صنف الخطأ "تعيين نقطة الكسر بين العددين (0 و1) عشوائيا (بالحدس أو بصورة اعتباطية) " وبلغت هذه النسبة 19.7% من المحاولين، وربما يرجع سبب ذلك إلى اعتماد الطلبة على حدسهم في تعيين مكان نقطة الكسر على الخط، أو تعيينهم لمكانه بصورة اعتباطية دونما اهتمام بدقة التعيين وإجراءاته. وجاء في الترتيب الثالث من حيث الشيوع بين أصناف الأخطاء، نسبة شيوع الخطأ" تقسيم خط الأعداد بصورة معكوسة (قلب المنطقة السالبة بالموجبة)"



بنسبة بلغت 14.2% من المحاولين بالسؤال، وقد يعزى ذلك إلى عدم معرفتهم أو عدم تذكرهم لجهتي خط الأعداد، أو أنهم لا يعرفون أن العدد الأكبر يُعينً على يمين العدد الأصغر على خط الأعداد، وهو ما يشير إلى ضعف ملحوظ بالمفاهيم المرتبطة بالكسور، والمهارات الهندسية المتعلقة بالتعامل مع خط الأعداد. وجاء في الترتيب الرابع شيوع الخطأ "تقسيم الخط إلى 5 وحدات ثم تعيين الكسر بعد العدد 5 مباشرة" بنسبة بلغت 9.4% من المحاولين، واحتل صنف الخطأ " تقسيم الخط لمنطقة واحدة موجبة مقلبة "

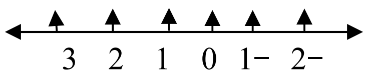
الترتيب الخامس بنسبة 7.9% من المحاولين.



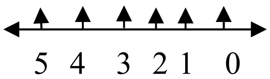
مما يشير إلى ضعف ملحوظ بمهارات الهندسة المرتبطة بتقسيم خط الأعداد، وربما يعزى إلى عدم تذكر الطلبة للمفاهيم المرتبطة بخط الأعداد وكيفية تقسيمه، وموقع العدد الأكبر عليه، وربما يرجع السبب إلى أن الطلبة يعينون الأعداد على الخط كما تعودوا عليه في كتابة اللغة من اليمين إلى اليسار. وجاءت أقل النسب بين نسب أصناف الأخطاء بعيدة عن مفاهيم الكسور العادية ولا ترتبط بخط الأعداد وتساوت نسبة شيوع أصناف الأخطاء: "اعتبار الكسر زوجاً مرتباً بصورة (س، ص) = (البسط، المقام)"، و"تعيين الكسر بين $\frac{1}{2}$، − $\frac{1}{2}$ دون تقسيم الخط (تعيين اعتباطي)"، و"اعتبار الكسر $\frac{3}{5}$ عمود في مدرج تكراري طول قاعدته من 3−5" حيث بلغت نسبة كل منها 1% من المحاولين، ويمكن اعتبار أصناف هذه الأخطاء من أصناف الأخطاء الغريبة، وربما يعود سبب ذلك إلى أن الطلبة الذين وقعوا في هذا النوع من الأخطاء لا يتذكرون شيئا عن المفاهيم الهندسية المرتبطة بالتمثيل البياني في بعد واحد، أو تمثيل النقط على خط الأعداد، واعتمدوا على

ما تذكروه من دراستهم في المرحلة المدرسية من التعيين أو التمثيل البياني؛ إذ اقتصر تذكرهم على تعيين النقط في المستوى الديكارتي أو تمثيل البيانات بالجداول التكرارية، وذلك لقرب زمن تعلمها من المرحلة الجامعية، حيث تدرَّس مثل هذه المعلومات في الصفوف الثانوية وتبدأ دراستها في آخر المرحلة الأساسية العليا. (وتتفق هذه النتائج في بعض جوانبها مع نتيجة كل من الدراسات (الباقر، 1992 ;Bright et al.,1988 Southwell and Benglass, 2005; Widjaja et al., 2011)؛ إذ بينت هذه الدراسات عدم قدرة الطلبة على تعيين الكسور بصورة صحيحة، وبعضهم اعتبر الكسر $\frac{3}{5}$ يمثل زوجاً مرتباً (3، 5)، وأن الطلبة يجرون تحويل الكسر إلى صورة عشرية ليتمكنوا من تعيينها على خط الأعداد متناسين أن بعض الأعداد كسور عشرية دورية.

ثانيا: مناقشة نتائج السؤال الثاني: تنوعت أصناف الأخطاء عند تعيين الكسر $\frac{11}{7}$ على خط الأعداد. وكان أكثرها شيوعا هو "تحويل الكسر $\frac{11}{7}$ إلى عدد عشري وتقريبه إلى 1.6"؛ بلغت نسبة شيوعه 24% من الذين حاولوا الإجابة، وقد يُعزى ذلك إلى عدم تمكّن الطلبة من مهارة تعيين الكسر على الخط، أو لتجاهلهم نص السؤال إما لعدم معرفتهم بالمهارة أو نتيجة الإهمال وهي الأضعف احتمالا، وربما يرتبط صنف هذا الخطأ لدى الطلبة بكثرة تعاملهم مع الكشور العشرية على خط الأعدا. تلتها نسبة شيوع صنف الخطأ " تعيين نقطة الكسر بين العددين 0، 1 بصورة اعتباطية" بلغت هذه النسبة 19% من المحاولين، وربما يرجع سبب ذلك إلى اعتماد الطلبة على حدسهم في تعيين مكان الكسر على الخط، أو أنهم يعتقدون بأن قيمة أي كسر هي أقل من الواحد وأنها تقع بين الصفر والواحد، وذلك لعدم فهمهم أن قيمة الكسر مرتبطة بمقارنة قيمتي البسط والمقام. وجاء الخطأ " تقسيم خط الأعداد بصورة معكوسة" في الترتيب الثالث وبلغت نسبة شيوعه 14% من الذين حاولوا الإجابة



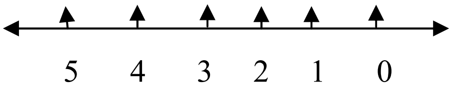
وقد يعزى ذلك إلى عدم معرفتهم باتجاهات خط الأعداد، أو أنهم لا يعرفون أن العدد الأكبر يقع على يمين العدد الأصغر على خط الأعداد، وهو ما يشير إلى ضعف ملحوظ بالمفاهيم المرتبطة بالكسور، والمهارات الهندسية المتعلقة بالتعامل مع خط الأعداد، وقد يعزى ذلك إلى عدم تحديد الطلبة لجهتي خط الأعداد اليمين واليسار. وتساوت نسبة شيوع صنفي الخطأ "تقسيم الخط إلى 7 وحدات صحيحة ثم تعيين الكسر بعد 7 مباشرة"، و"تقسيم خط الأعداد إلى 11 وحدة صحيحة فقط وعدم تعيين نقطة الكسر" وبلغت 12% من الذين حاولوا الإجابة، وجاءت في الترتيب الرابع. وقد يعزى ذلك إلى أن الذين وقعوا في هذا الخطأ اعتبروا أن تقسيم الخط يقف عند قيمة المقام ليتم بعدها تحديد قيمة البسط وبالتالي عينوا قيمة العدد 11 بعد نقطة العدد 7 على الخط. وعكس 10% من المجيبين اتجاه التقسيم معكوس "تقسيم الخط إلى منطقة موجبة معكوسة" مما يشير إلى عدم معرفتهم بخصائص خط الأعداد، أو عدم معرفتهم بموقع العدد الأكبر على الخط. وقد يعزى ذلك إلى أمرين



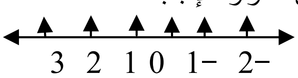
رئيسين: الأول يتمثل بربط الطلبة لعملية تقسيم الخط بكيفية كتابة الفترات؛ حيث تكتب من الأصغر إلى الأكبر بعكس اتجاه خط الأعداد، والأمر الثاني خلط الطلبة بين كتابة العدد السابق واللاحق وكيفية تقسيم الخط حيث يبدأ الطلبة بالعدد ثم يكتب العدد اللاحق، وربما يعزى ذلك إلى ضعفهم بمهارة الهندسة المرتبطة بتقسيم خط الأعداد. وجاءت أقل النسب لأصناف الأخطاء بعيدة عن مفاهيم الكسور العادية ولا ترتبط بخط الأعداد حيث تساوت نسبة شيوع صنفي الخطأ "اعتبار الكسر زوج مرتب بالصورة (س، ص) = (البسط، المقام)"، و"اعتبار الكسر $\frac{11}{7}$ عمود من مدرج تكراري قاعدته من 7−11" بلغت نسبة كل منهما 1% تقريبا من الذين حاولوا الإجابة. وعُدت أصناف هذه الأخطاء من أصناف الأخطاء الغريبة، وربما يعود ذلك إلى نسيان الطلبة الذين وقعوا في هذا النوع من الأخطاء وعدم تذكرهم لمفاهيم الهندسة المرتبطة بالتمثيل البياني على خط الأعداد، لقلة التعرض لها في الصفوف العليا وإهمال استخدامها في تمثيل حل المتباينات أو تحديد الفترات على خط الأعداد، وربما اعتبر هؤلاء الطلبة أن التمثيل البياني لنقطة الكسر هو نفس تعيين النقط في المستوى الديكارتي وذلك

لتكرار ورود مصطلح (تمثيل النقطة) فيهما، أو أنهم لم يتذكروا سوى تمثيل البيانات بالجداول التكرارية، وذلك لدراستها في الصفوف العليا من المرحلة الأساسية وقربها من المرحلة الجامعية. واتفقت نتائج الدراسة الحالية في كثير من جوانبها مع نتيجة كل من الدراسات (Putt, 1995; Bright et al., 1988; Southwell and Benglass, 2005; Widjaja et al., 2011; Stacey et al., 2001؛ الباقر، 1992).

ثالثا: مناقشة نتائج السؤال الثالث: يتضح من تحليل إجابات الطلبة المعلمين في تعيين العدد الكسري $2\frac{4}{6}$ على خط الأعداد وجود أصناف من الأخطاء المتنوعة والمتعددة. فكان أكثر أصناف الأخطاء شيوعا عندهم "تعيين العدد الكسر مباشرة بين 2، 3 " إذ بلغت 24% من الذين حاولوا الإجابة، وقد يعزى ذلك إلى اعتماد الطلبة على حدسهم في تحديد مكان نقطة العدد الكسري، وربما حددوا مكان النقطة بصورة اعتباطية لعدم معرفتهم بكيفية تحديدها، واكتفائهم بتحديد موقعها بين العددين 2، و3 وإهمال دقة التأشير على مكان الكسر الصحيح. تلتها نسبة شيوع صنف الخطأ "تحويل العدد الكسري إلى صورة عشرية وتدويره لأقرب منزلة 2.7" ، حيث بلغت هذه النسبة 21%، وربما يعود سبب ذلك إلى تجاهل الطلبة لنص السؤال إما لعدم معرفتهم بالمهارة أو نتيجة الإهمال، أو أنهم وجدوا من السهل تحويل الكسر إلى صورة عشرية. وجاء في الترتيب الثالث نسبة شيوع الخطأ "تقسيم خط الأعداد بطريقة خطأ لمنطقة واحدة موجبة مقلوبة بلغت نسبتها 12% من المجيبين،



وقد يعزى ذلك إلى عدم معرفتهم باتجاه تقسيم خط الأعداد، أو أنهم لا يعرفون أن العدد الأكبر يقع على يمين العدد الأصغر على خط الأعداد، وهو ما يشير إلى ضعف ملحوظ لدى الطلبة بالمفاهيم والمهارات الهندسية المتعلقة بالتعامل مع خط الأعداد. وتساوت نسب شيوع صنفي الخطأ "تقسيم الخط إلى أجزاء عشوائية خاطئة لا ترتبط بأجزاء الكسر"، و"تقسيم الخط بالعكس (قلب المنطقة السالبة بالموجبة) " وبلغت كل منهما 11% من الذين حاولوا الإجابة



مما يشير إلى ضعف ملحوظ بمهارات الهندسة المرتبطة بتقسيم خط الأعداد، وعدم تذكر الطلبة للمفاهيم المرتبطة بكيفية تقسيمه، وتعيين الأعداد عليه. وكانت أقل نسب أصناف الأخطاء بعيدة عن مفاهيم الكسور العادية ولا ترتبط بخط الأعداد حيث تساوت نسبة شيوع صنفي الخطأ "اعتبار الكسر زوج مرتب بالصورة (س، ص) = (البسط، المقام)"، و"اعتبار العدد الكسري $2\frac{4}{6}$ عمود من مدرج تكراري قاعدته من 4–6" بلغت نسبة كل منهما 1% من المجيبين. وكما سبق توضيحه يمكن اعتبار أصناف هذه الأخطاء من أصناف الأخطاء الغريبة ضمن هذا الموضوع، وربما يعود ذلك إلى أن الطالب الذي وقع في هذا النوع من الأخطاء لا يتذكر شيئا عن المفاهيم الهندسية المرتبطة بالتمثيل البياني على خط الأعداد (في بعد واحد)، واعتمد على خبراته المدرسية السابقة المرتبطة بالتمثيل البياني؛ إذ اقتصر تذكره على تعيين النقط في المستوى الديكارتي أو تمثيل البيانات بالجداول التكرارية. وتتفق نتائج الدراسة الحالية مع نتيجة كل من الدراسات (Putt, 1995; Bright et al., 1988; Southwell and Benglass, 2005; Widjaja et al., 2011; Stacey et al., 2001). حيث أشارت نتائج هذه الدراسا إلى وجود ضعف عام لدى المعلمين قبل الخدمة في التعامل مع الكسور، وضعفهم في تعيين الكسور على خط الأعداد.

الاستنتاجات

بتفحص إجابات الطلبة عن أسئلة الدراسة الثلاثة، ومن خلال أصناف الأخطاء التي ظهرت في إجاباتهم، يتضح وجود أصناف أخطاء بعضها أخطاء مفاهيمية مثل: عدم معرفة قيمة الكسر، وعدم معرفة تقسيم الأجزاء بحسب قيمة مقام الكسر، والتعامل مع جزأي الكسر على أنهما عددان منفصلان كما في اعتبار نقطة الكسر تقع عند قيمة البسط من قيمة المقام، واعتبر بعضهم الكسر زوجاً مرتباً. وظهور أصناف أخطاء مهارية مثل: عدم تحديد المناطق على خط الأعداد بصورة صحيحة، وعدم القدرة على تحديد المكان المناسب للكسر على الخط، وكيفية تقسيم الكل – الجزء، واعتماد كثير منهم على الحدس (التعيين اعتباطيا دون تقسيم الكل – الجزء). وأخطاء في مفاهيم هندسية تمثلت في عدم معرفتهم أن نقطة الكسر ليست هي نفسها نقطة العدد العشري بعد تقريبه، وعدم التفريق بين النقطة في بعد واحد

والزوج المرتب أو تمثيل الكسر باعتباره عموداً من مدرج تكراري. وبعضهم طبق مفهوم الكسر على تمثيله (أي نفذ الطالب قراءته للكسر على تمثيله له وهو 3 من 5).

التوصيات

في ضوء نتائج هذه الدراسة يوصي الباحث بالتوصيات الآتية:

1- ضرورة إجراء امتحانات تشخيصية للطلبة المعلمين في مفاهيم الرياضيات وأساليب تدريسها للعمل على معالجة الأخطاء الموجودة في البنية المعرفية السابقة عند الطلبة المعلمين.

2- إجراء المزيد من الدراسات لبحث المحتوى المعرفي للطلبة المعلمين في موضوعات جزئية في الرياضيات التي ترتبط بالتعلم السابق في مرحلة التعليم ما قبل الجامعي.

3- إجراء دراسات مقارنة بين أخطاء الطلبة في المدارس وبين أخطاء الطلبة المعلمين.

4- ضرورة اهتمام معلمي المدرسة بالتعرف إلى المحتوى المعرفي لدى طلبتهم في المفاهيم الأساسية في الرياضيات بشكل عام، ومفاهيم الكسور بصورة خاصة والعمل على إعداد الخطط العلاجية لها من أجل تعديلها ثم البناء عليها.

5- ضرورة زيادة عدد المواد التي يدرسها الطلبة المعلمين في مرحلة البكالوريوس في موضوعات الرياضيات، وتركيز أعضاء هيئة التدريس على توضيح المفاهيم للطلبة.

المصادر والمراجع

أبو موسى، مفيد، 2004، المعرفة البيداغوجية للمحتوى عند معلمي الرياضيات في الصف العاشر الأساسي، اطروحة دكتوراة غير منشورة، الجامعة الأردنية، عمان، الأردن.

الباقر، نصره رضا، 1992، صعوبات تعلم موضوع الكسور لدى تلميذات الصف الأول الاعدادي بالمدارس القطرية. المؤتمر العلمي الثالث، حولية كلية التربية، جامعة قطر، الدوحة، 9 (9)، 155-213.

ريان، عادل، 2010، معتقدات الطلبة المعلمين نحو تعلم الرياضيات وتعليمها. مجلة الجامعة الإسلامية (سلسلة الدراسات الإنسانية)، 18 (2)، 719-751.

الشرع، ابراهيم وعدنان عابد، 2010، دراسة تحليلية لأخطاء حل المتباينات لدى طلبة تخصص الرياضيات في الجامعة الأردنية، المجلة الأردنية في العلوم التربوية، 6(2)، 93- 108.

الشرع، ابراهيم وحيدر ظاظا، 2010، درجة إمتلاك معلمي ما قبل الخدمة "معلم الصف" في الجامعة الأردنية لبعض المفاهيم الرياضية في الهندسة والجبر والحساب، مجلة دراسات الصادرة عن الجامعة الاردنية، (37) 2، 271- 285.

عودة، أحمد، 1993، القياس والتقويم في العلمية التدريسية، إربد، دار الأمل للنشر والتوزيع، الطبعة الثالثة مزيدة ومنقحة، عمان، الأردن.

اليونس، يونس، 2004، تشخيص الأخطاء في حل أنظمة المعادلات لدى عينة من طلبة الصف العاشر في الأردن، المجلة التربوية، 71 (18)، 81-114.

Agarwal, S. 2006. *The nature of pre-service secondary sathematics teachers' knowledge of mathematics for feaching of functions*. DAI, State University of New York at Buffalo.

An, S., Kulm, G. and Wa, Z. 2004. The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and USA . *Journal of mathematics teacher education*, 7, 145-172.

Becker, P. and Lin, C. 2005. *Effects of conceptual skills workshop on pre-service elementary teachers, Preliminary report*. Paer presented at the annual meeting of the mathematical association of American mathematical society, Atllanta, GA.

Behr, M., Khoury, H., Harel, G., Post, T. and Lesh, R. 1997. Conceptual units analysis of pre-service elementary teachers' strategies on a rational- number – as operation task. *Journal of research in mathematics education*, 28 (1): 48-69.

Bright, G., Behr, M., Post, J., and Wachsmuth, I. 1988. Identifying fractions on number line. *Journal for research in mathematics education*, 19 (3): 215 -232.

Blanco, L. and Garrote, M. 2007. Difficulties in learning iniqualities in students of the first year of pre-university education in Spain. *Eurasia journal of mathematics, science and technology education*, 3 (3): 221-229.

Brousseau, G. 1997. *Theory of didactical situation in mathematics*. Kluwer academic publication.

Chinnappan, M. 2000. Pre-service teachers understanding and representation of fractions in a JavaBars environment. *Mathematics education research journal,* 12 (3): 234 -253.

Cramer, K., Post, T. and Del, R. 2002. Initial fraction learning by fourth and fifth- grade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum. *Journal of research in mathematics education*, 33 (2): 111-144.

Dooren, W., Verschaffel, L. and Onghena, P. 2002. The impact of pre-service teachers' content knowledge on their evaluation of students' strategies for solving arithmetic and algebra word problems. *Journal of research in mathematics education*, 33 (5): 319-351.

Fandino Pillia, M. 2007. Fractions: Conceptual and didactic aspect. *Acta Didactica University comenianae*, 7, 23-25.

Fennema, E., Loe, F. and Franke, M. 1992. Teachers' knowledge and its impact. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (147–164), New York: Macmillan Publishing Company.

Gomes, A. 2011. *Portuguese pre-service teachers' knowledge of geometric transformation: An exploratory study*. Smith, C. (Ed). Proceeding of the British society of research into learning mathematics, 31 (3).

Graeber, A. 1999. Forms of knowing mathematics: What preservice teachersshould learn. *Educational Studies in Mathematics* 38, 189-208.

Grounlund, N. and Linn, R. (6th ed.). 1990. *Measurement and evaluation in teaching*. N. Y.: Macmillan publishing co. Inc.

Hallett, P., Nunes, T. and Bryant, P. 2012. Individual differences in conceptual and procedural knowledge when learning fractions. *Journal of education psychology*, 102 (2): 395-406.

Hasemann, K. 1981. On diffecult of fraction. *Educational mathematics studies,* 12(1): 71-87.

Hill, H. Rowan, B. and Ball, D. 2005. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement, *American educational research journal*, 42(2): 371- 406.

Huang, T., Liu, S. and Lin, C. 2006. Pre-service teachers' mathematical knowledge of fractions. Research in higher education, available at: http://www.aabri.com/ manuscripts/ 09253 .pdf.

Lamon, S. 2008. *Teaching fractions and ratios for understanding essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. 2ed Ed. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, publishers.

Li, Y. and Huang, R. 2008. Chinese elementary mathematics teachers' knowledge in mathematics pedagogy for teaching: The case of fraction division, *ZDM mathematics education*, 40,845-859.

Lochhead, J. and Mastre, J. 1998. From world to algebra: Mending misconceptions. In Coxford, A. and Shulte, A.(Eds.), *The ideas of algebra, K-12, 1988 Yearbook*. National council of teachers f mathematics (NCTM), Virginia.

Mack, N. 1995. Confounding whole - number and fraction concepts when building on informal knowledge, *Journal for research in mathematics education,* 26, 422- 441.

National council of teachers of mathematics (NCTM). 2000. *Principles and standards for teaching mathematics,* Reston, VA: Auther

National council of teachers of mathematics (NCTM). 1991. *Professional standards for teaching mathematics*, Reston, VA: Auther.

Niemi, D. 1996. Assessing conceptual understanding in mathematics: Representation, problem solution, justification and explanation. *Journal educational research,* 89, 351-364.

Park, S. and Oliver, J. 2008. Reconceptualization of pedagogical content knowledge(PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professional. *Research in science education*, 38, 261- 284.

Putt, I. 1995. Pre-service teachers ordering of decimal numbers: When more is smaller and less is larger!. *Focus on learning problems in mathematics*, 17 (3),1-5.

Rittle- Johnson, B., Siegler, R. S., and Alibali, M. W. 2001. Developing

conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93, 346–362.

Saxe, G., Gearhart, M., and Seltzer, M. 1999. Relations between classroom practices and student learning in the domain of fractions. *Cognition and Instruction*, 17, 1-24.

Saxe, G., Taylor, E., Mclntosh, C. and Gearharte, M. 2005. Representation fraction with standard notation: A developmental analysis. *Journal for research in mathematics*, 36 (2): 137-157.

Shulman, L. 1986. Those who understand; Knowledge growth in teaching . *Educational research*, 15(2): 4-14.

Southwell, B. and Penglase, M. 2005. Mathematical knowledge

Steinle, V. 2004. Changes with age in students' misconceptions of decimal numbers. Doctoral thesis, university of Melbourne, Melbourne. Available at: *http://repository.unimelb.edu.au/10187/686*.

Welder, R. 2007**.** *Pre-service elementary teachers' mathematical content knowledge of prerequisite algebra concepts*. DAI. UMI, 3254740, Montana state university, USA.

Widjaja, W., Stacey, K. and Steinle, V. 2011. Locating negative decimal on the number line: Insight the thinking of pre-service primary teachers. *The journal of mathematical behavior,* 30 (1): 80-91.

of pre-service primary teachers. In chick, H. and Vincent, J. (Ed). *Proceeding of the 29th conference of mathematical group for the psychology of mathematics education*, 4, 209-216, Melbourne: PME29.

Stacey, K. 2005. Travelling the road to expertise: A longitudinal study of learning, in H. L. chick and J.L.Vincent (Ed). *Proceeding the 29th conference of the international group for the psychology of mathematical education (19-36), Melbourne: PME.*

Stacey, K., Helem, S., Steinle, V., Baturo, A., Irwine, K. and Bana, J. 2001. Pre-service teachers knowledge of difficulties in decimal number. *Journal of mathematics teacher education,* 4, 205- 225.

Analytical Study of Students Teachers' Errors for Fractions Representation on the Numbers Line

Ibrahim Ahmad Al- Shara*

ABSTRACT

This study aimed to the detectionon The Effect of Using Programmed Learning on the Achievement of the fifth grade students in Pre-vocational Education Curriculum Comparison by the traditional style. And to answer the questions of the study and testing of the hypotheses The study sample consisted of (43) students from the fifth grade students in one of the private schools in Amman where was taking the two divisions in the school and was selected one at random to be the experimental group and studied by using the style of programmed learning and other to be set officer group and studied by using the traditional method. The two groups underwent to test Achievement pre-test and post test, and has been found means, standard deviations and analysis of covariance (ANCOVA), and the results of the study showed the presence of statistically significant differences at the level of significance (α = 0.05) in the achievement of the experimental group due to the teaching style (programmed learning) and in favor of the experimental group.

Keywords: Programmed Learning, Pre-vocational Education Curriculum.

* Faculty of Educational Sciences, The University of Jordan, Amman. Received on 24/9/2013 and Accepted for Publication on 30/1/2014.